

# LÓGICA PROPOSICIONAL

*Fácil y rápido*

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



**MAGISTER RAÚL MONROY PAMPLONA**

**DOCENTE DE INFORMÁTICA**



# LÓGICA MATEMÁTICA

---

- Es el estudio de los métodos y principios que permiten distinguir el razonamiento correcto del incorrecto.
- En un nivel elemental, la lógica proporciona reglas y técnicas para determinar si es o no válido un argumento dado.
- En este capítulo se estudiarán los símbolos y las palabras que se usan en la lógica elemental y en la Matemática, su significado y aplicación.

# RAZONAMIENTO LÓGICO

---

- El razonamiento lógico se emplea en matemáticas para demostrar teoremas; en ciencias de la computación para verificar si son o no correctos los programas; en las ciencias exactas y naturales, para sacar conclusiones de experimentos; y en las ciencias sociales y en la vida cotidiana, para resolver una variedad de problemas.
- Ciertamente se usa en forma constante para realizar cualquier actividad.

# ENUNCIADO

Es toda frase u oración que informa, expresa o dictamina alguna idea a través de afirmaciones o negaciones, preguntas, expresiones de emoción o de saludo órdenes, etc.

Negaciones: Hoy no hay clases.

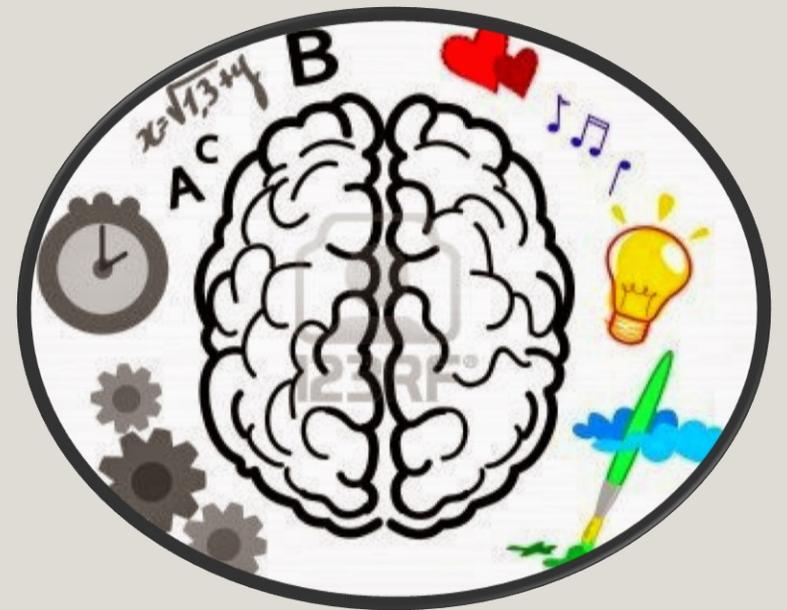
Afirmaciones: Hoy es martes.

Preguntas: ¿Qué hora es?

Expresiones de emoción: ¡Ay que calor hace!

Expresiones de saludo: ¡Hola!

Órdenes: Lava la ropa.



# EJEMPLOS:

---

- Determinar si es verdadera o falsa cada una de las siguientes oraciones:
  - a) La tierra es esférica. **Verdadero.**
  - b) Ecuador está en América del Sur. **Verdadero.**
  - c) Tres menos dos es igual a 4. **Falso.**
  - d) Lava el carro por favor. **No se puede determinar.**
  - e) Hola como estás?. **No se puede determinar.**
  - f) Este aprobaré todas las asignaturas. **Puede ser verdadero o falso.**

- Es una oración que puede ser verdadera o falsa pero no ambas a la vez.

- 
- Del ejemplo anterior son proposiciones simples las oraciones a), b), c) y f), las otras no son proposiciones, pues no se pueden determinar si son verdaderas o falsas.

# PROPOSICIÓN SIMPLE

- **Observación:** No toda oración puede ser proposición simple.
- **Notación:** toda proposición simple se puede reemplazar por las letras  **$p, q, r, \dots$**

# VALOR DE VERDAD

---

- Si se analiza una proposición se puede determinar si esta es verdadera o falsa, el resultado se conoce como valor de verdad.

- Ejemplo:

a) Ecuador pertenece a la **OTAN**.

Esta proposición tiene el valor de verdad **F**.

b) Ecuador no pertenece a la **OTAN**.

Esta proposición tiene el valor de verdad **V**.



# PROPOSICIÓN COMPUESTA

Es la unión de dos proposiciones simples mediante los operadores lógicos: y, o, si.... entonces, si y solo si.

---

- Determinar cuales de las siguientes oraciones son proposiciones compuestas.
  - a) Dos más cuatro es seis **o** uno más uno es dos. **Si.**
  - b) Quito está en Ecuador **y** en América del Sur. **Si.**
  - c) ¿Quién eres y hacia donde vas? **No.**
  - d) **Si** cuatro es igual a cuatro **entonces** dos no es igual a uno. **Si**
  - e) La dolarización se mantiene **si y sólo si** las medidas económicas son viables. **Si**
  - f) **O** estoy en Quito **o** estoy en Guayaquil. **Si**
  - g) ¡Salve! ¡Oh Patria! **No**

# CONECTORES LOGICOS

Conector	Símbolo	Esquema	Significado
<b>Negación</b>	$\sim \quad \neg$	$\neg P$	“No p”
<b>Conjunción</b>	$\wedge$	$P \wedge q$	P “y” q
<b>Disyunción</b>	$\vee$	$P \vee q$	P “o” q
<b>Conjunción negativa</b>	$\downarrow$	$P \downarrow q$	“ni” p “ni” q
<b>Disyunción excluyente</b>		$P \quad q$	“o” p “o” q pero no ambos
<b>Condiciona l o implicación</b>	$\underline{\vee} \rightarrow$	$\underline{\vee} p \rightarrow q$	Si p entonces q
<b>Bicondiciona l</b>	$\leftrightarrow$	$p \leftrightarrow q$	P si y solo si q

Mediante el uso de los *conectores y símbolos sintácticos* (paréntesis, corchetes, llaves), podemos vincular dos o mas proposiciones entre sí

# Tablas de verdad

Una proposición solo tiene un valor de verdad. Verdadero o falso

La primera operación que vamos a tratar es la **negación**

Si  $p$  es verdad,  $\sim p$  es falso

Si  $p$  es falso,  $\sim p$  es verdad

$p$	$\sim p$
V	F
F	V

La tabla de verdad de la **conjunción** de proposiciones se resuelve :

Verdadera si ambas proposiciones son verdaderas

Falsa si alguna o ambas proposiciones son falsas

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Tablas de verdad

La tabla de verdad de la **disyunción** de proposiciones se resuelve

verdadera si alguna o ambas proposiciones son verdaderas

falsa si ambas proposiciones son falsas

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La tabla de verdad de la **disyunción excluyente** de proposiciones se resuelve

falsa si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad

verdadera si las proposiciones tienen valores de verdad diferentes

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Tablas de verdad

La tabla de verdad de la **conjunción negativa** de proposiciones se resuelve :

Verdadera si ambas proposiciones son falsas

Falsa si alguna o ambas proposiciones son verdaderas

p	q	$p \downarrow q$
F	F	V
V	F	F
F	V	F
V	V	F

La tabla de verdad de la **implicación** de proposiciones se resuelve

Verdadera si ambas proposiciones son verdaderas

Falsa únicamente con antecedente (p) verdadero y consecuente (q) falso, si el antecedente es falso, no importa el consecuente, la implicación es verdadera

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

los términos **antecedente** – **consecuente** se usan exclusivamente en ésta operación

# Tablas de verdad

La tabla de verdad de la **doble implicación** se resuelve :

Verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad

Falsa las proposiciones tienen valor de verdad diferente

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

En caso que estén involucradas mas de dos proposiciones en una operación lógica, para averiguar la cantidad de alternativas posibles, **usaremos la expresión :  $2^n$**  donde n es la cantidad de proposiciones.

p
V
F

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

$2^n$



**Combinaciones**

# ***Tablas de verdad***

Al elaborar o construir la tabla de valor de verdad de una proposición compuesta esta puede dar:

## **Tautología**

cuando el valor de verdad del operador principal son todos verdadero.

## **Contradicción**

cuando el valor de verdad del operador principal son todos falsos.

## **Contingencia**

cuando el valor de verdad del operador principal hay al menos una falsa o una verdadera.

# Tablas de verdad ejemplos

Determinar el valor de verdad de la siguiente proposición  $(q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Debemos resolver por separado las implicaciones  $(q \Rightarrow p)$  y  $(p \Rightarrow q)$ ; y luego buscar el resultado final hallando una implicación entre esos dos resultados parciales

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow q$	$(q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	V
F	F	V	V	V

**Contingencia**

cuando el valor de verdad del operador principal hay al menos una falsa o una verdadera.

Determinar el valor de verdad de la siguiente proposición

$$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V

Si la doble implicación de las dos expresiones resulta **verdad en cualquier caso**, las expresiones son equivalentes

**tautología**